



Mathématiques en Méditerranée : Réflexions autour de deux itinéraires

Marc Moyon, Eva Caianiello, Mahdi Abdeljaouad

► To cite this version:

Marc Moyon, Eva Caianiello, Mahdi Abdeljaouad. Mathématiques en Méditerranée : Réflexions autour de deux itinéraires. History and Pedagogy of Mathematics, Jul 2016, Montpellier, France. hal-01349233

HAL Id: hal-01349233

<https://hal.science/hal-01349233>

Submitted on 27 Jul 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MATHÉMATIQUES EN MÉDITERRANÉE:

Réflexions autour de deux itinéraires

Marc MOYON, Eva CAIANIELLO, Mahdi ABDELJAOUAD,
XLIM, 123 avenue Albert Thomas - 87060 LIMOGES CEDEX, Limoges, France
marc.moyon@unilim.fr
Équipe Fibonacci, Université Federico II, Naples, Italie
eva.caianiello@gmail.com
(Retired Professor) University of Tunis, Tunis, Tunisie
mahdi.abdeljaouad@gmail.com

ABSTRACT

In this contribution, we propose two historical studies on mathematics in Mediterranean Countries. In the introduction, first of all, we intend to place our purpose at a right level precisising our willingness to study those mathematics in clearly defined spaces and times, but not in their globality. After that, we focus on mathematics studied in Abbaco Schools in Mediaeval Italy and their relationship with works written by Fibonacci (d. after 1241) in the thirteenth century, one of the mathematicians who best represents mathematics in the Mediterranean Basin. Last but not least, we present transfers of both mathematics books and European Teachers to Southern Countries of the Mediterranean Sea that occurred during the Ottoman period of the eighteenth century. Less present in the historiography, we would like to show that they can't be omitted from the idea here illustrated of Mediterranean Mathematics.

RÉSUMÉ

Dans cette contribution, nous proposons deux études à caractère historique sur les mathématiques en Méditerranée. Dans l'introduction, nous voulons tout d'abord placer notre propos à la bonne échelle en précisant notre volonté d'étudier lesdites mathématiques dans des espaces et des temps clairement définis, et non pas dans leur globalité. Nous nous intéressons ensuite aux mathématiques des écoles d'abaque dans l'Italie médiévale et leur relation avec les travaux de Fibonacci (mort ap. 1241), un des mathématiciens qui représentent le mieux le bassin Méditerranéen. Enfin, ce sont les transferts, durant la période ottomane du XVIII^e siècle, des ouvrages mathématiques et des enseignants européens vers les pays du Sud de la Méditerranée qui sont développés. Peu représentés dans l'historiographie, nous voulons montrer qu'ils ne peuvent pas être omis de l'idée ici illustrée de mathématiques en Méditerranée.

MATHÉMATIQUES MEDITERRANEENNES: EN QUEL SENS?

Marc MOYON

Il est évidemment fort difficile d'avoir une vision d'ensemble des « mathématiques des pays méditerranéens » dans le temps et dans l'espace. Jamais dans son histoire l'ensemble du bassin méditerranéen n'a été (ré)uni même si de forts pouvoirs politiques s'y sont succédés. Il ne s'agit donc pas de le faire ici, et encore moins à propos des mathématiques ; l'entreprise serait vouée à l'échec tellement elle serait caricaturale. En effet, chacune de ses régions, chacun de ses Empires, chacun de ses pays, chacune de ses villes... montre des spécificités locales et temporelles qui confient au paysage méditerranéen de nouvelles végétations et de nouveaux reliefs.

Autour de la Méditerranée et sur un temps long, sont représentées certaines des plus grandes aires culturelles et scientifiques avec, entre autres, l'Égypte ancienne, la Grèce Antique, l'Empire Romain,

les pays d'islam, l'Empire Byzantin, l'Égypte Mamelouke ou encore l'Empire Ottoman. Malgré tout, nous avons envie de croire que l'idée de « mathématiques méditerranéennes » a un sens indéniable si l'on considère ses acteurs, en différents lieux et à différentes époques. Les mathématiques européennes ne sauraient alors négliger l'immense dette qu'elles doivent aux mathématiques méditerranéennes, quelles que soient les régions, les époques, les langues d'expression. C'est ainsi posé dans l'introduction de l'*Europe mathématique*, en référence à la seule Grèce Antique et à Euclide et Diophante, deux de ses mathématiciens : « Ainsi, accepter l'un ou l'autre de ces mathématiciens, ou les deux, parmi les pères fondateurs des mathématiques européennes, dépend d'une certaine vision des mathématiques. Mais aussi d'une certaine vision de l'Europe : il faut en effet y admettre Alexandrie¹. »

Nous pensons que c'est dans le cadre de la Méditerranée que se révèle, sans doute le plus explicitement possible à une échelle locale et dans une perspective diachronique, l'universalité des mathématiques et de son questionnement. Inter- ou transculturelles, les mathématiques sont une œuvre collective qui se construit par couches successives grâce aux collaborations de tous : chercheurs, enseignants ou simples citoyens selon des modalités distinctes. En ce sens, les mathématiques méditerranéennes sont réunies car elles se construisent, certes au cours de plusieurs siècles, voire millénaires, à l'intérieur d'une même unité géographique dont le centre est la Mer Méditerranée. Dans cet espace, il y a une relative continuité de la construction mathématique² : pour reprendre la métaphore attribuée à Bernard de Chartres par son élève Jean de Salisbury (XII^e s.) dans le *Metalogicon*³, chacun peut (et devrait) se considérer comme un « nain juché sur des épaules de géants » (que ces géants soient grecs ou syriaques pour les Arabes, qu'ils soient Arabes pour les latins du XII^e s., qu'ils soient européens pour les Ottomans du XVIII^e siècle...).

Depuis au moins l'Antiquité grecque, le bassin méditerranéen est marqué par de nombreuses acculturations et migrations d'individus isolés ou de populations entières. Elles sont pacifiques ou belliqueuses, au nom de Dieu(x) ou non, volontaires ou subies pour des raisons économiques ou/et politiques. Ces migrations, ces évolutions et bouleversements culturels, culturels et linguistiques sont nécessairement suivis d'effets sur le partage et l'élaboration de la connaissance. Il est important, dans le cadre de l'enseignement ou de la formation d'enseignants, de faire émerger l'importance de ces relations humaines. En guise d'exemple, le territoire correspondant à l'Égypte d'aujourd'hui a vu naître ou évoluer de l'Antiquité au Moyen Âge : de nombreux scribes dont Ahmes (en référence au célèbre papyrus Rhind du Moyen Empire égyptien) et d'autres pour nous restés anonymes, Euclide (300 av. J.C.), Héron (1^{er} s.) ou encore Diophante (ca. 250 ?) tous trois sont dits d'Alexandrie, mais aussi le « calculateur égyptien » [*al-hāsib al-misrī*] Abū Kāmil (m. 930), Ibn al-Haytham (m.1039) ou encore Ahmad ibn Thabāt (m.1273) et encore d'autres savants andalousiens⁴ venus étudier ou travailler au Caire comme Ibn al-Faradī (m.1012), Muhammad al-Jayyānī (m.1079), Abū l-Salt al-Andalusī (m.1134). Le témoignage du mathématicien pisan Fibonacci est aussi fondamental. En effet, il explique avoir appris l'arithmétique indienne au contact des Arabes dans la ville de Béjaïa (en Algérie actuelle), alors comptoir marchand de la république maritime de Pise. Il poursuit en citant ses voyages en Égypte,

¹ (Goldstein, Gray & Ritter 1996, 3)

² Voir (Moyon 2016) à propos de la division des figures planes.

³ (Salisbury, col.900)

⁴ À la suite des travaux de historiens d'*al-Andalus* (partie de la péninsule ibérique dirigée au nom de l'Islam), « andalousien » désigne tout ce qui se rapporte à cette région (pour marquer la différence avec l'Andalousie, province espagnole contemporaine) ; (Marín 2000)

en Syrie, en Sicile, à Constantinople ou encore en Provence⁵. Toute question d'identité nationale ou de nationalisme n'a pas lieu d'être. De nombreux autres exemples pourraient être énoncés, et même au-delà du Moyen Âge. C'est ce que propose la seconde partie de notre propos dédiée à « l'introduction des mathématiques 'européennes' dans l'Empire ottoman à partir du XVIII^e siècle ». Elle permet aussi d'inverser l'itinéraire et ses modalités par rapport au Moyen Âge : cette fois-ci, le transfert se fait du Nord vers le Sud, et l'adaptation se fait à partir des principales langues européennes pour un monde arabophone.

L'histoire des savoirs et des pratiques scientifiques dans le bassin méditerranéen est de plus en plus documentée grâce aux travaux des archéologues, des historiens et des historiens des sciences⁶. En particulier, même s'il reste insuffisant, le nombre d'artefacts, de manuscrits exhumés et analysés est de plus en plus important. Et, chaque étude permet de comprendre encore un peu mieux les pratiques locales archaïques qui sont restées inconnues pendant longtemps⁷, l'appropriation de ces pratiques réalisée ça et là en fonction des (nouveaux) besoins de la population, qui peut être nouvelle ou renouvelée. Nous sommes aussi bien mieux renseignés sur les transferts d'une langue à une autre (du grec et du syriaque à l'arabe, de l'arabe au latin ou à l'hébreu pour se limiter aux langues de communication scientifique les plus significatives), sur la circulation des textes mathématiques⁸. En particulier, nous pouvons raisonnablement comparer (dans les grandes lignes) les impressionnants mouvements de traduction réalisés dans le Bagdad abbasside du IX^e siècle et dans l'*Andalus* du XII^e siècle, mouvements qui se révèlent essentiels pour comprendre la science dite européenne. L'un a permis de nourrir les hommes de sciences des pays d'Islam affamés devant l'immensité des *corpus* scientifiques grecs mais aussi indiens ou encore syriaques⁹, ce qui démontre « l'importance et le poids des symbioses culturelles qui ont pu exister à des moments donnés et dans des espaces particuliers de cet immense empire »¹⁰. L'autre, *mutatis mutandis*, a largement permis de combler les lacunes des latins dans l'ensemble de la connaissance scientifique pour non seulement redécouvrir la science hellénistique mais aussi appréhender la science arabe dans ses aspects innovants, au moment où de nouvelles demandes se pressaient en Europe avec la fondation des premières universités (Paris, Oxford, Bologne) ou encore la naissance de la bourgeoisie, nouvelle classe sociale curieuse et cultivée. Les sciences des pays d'Islam (à partir du IX^e siècle) et celles de l'Europe latine (à partir du XII^e siècle), dans les deux cas, ont alors été suffisamment outillées pour permettre à leurs acteurs des développements originaux, autonomes et innovants en commentant, prolongeant les travaux des Anciens et en concevant de nouvelles disciplines mathématiques.

L'exemple le plus caractéristique est indéniablement celui de l'algèbre. Cette discipline est officiellement baptisée, peut-être à partir de pratiques locales anciennes, avec le *Mukhtasar fī hisāb al-jabr wa l-muqābala* [Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison] d'al-Khwārizmī, entre 813

⁵ (Fibonacci 1857, 1)

⁶ Citons ici les très récents essais de synthèse de B. Vitrac et A. Djebbar concernant les *corpus* mathématiques grec, respectivement arabe, arrivés en occident. (Vitrac 2015 ; Djebbar 2015).

⁷ C'est notamment le cas, d'après J. Samsó, pour des pratiques astrologiques en *Andalus* ; (Samsó 2003).

⁸ Voir, par exemple, le cas du *Kitāb al-Istikmāl* [Livre de la perfection] d'al-Mu'taman ibn Hūd, roi de Saragosse en 1081 et 1085, qui circule dans tout le bassin méditerranéen accompagnant ses lecteurs successifs ; (Djebbar 2002).

⁹ (Gutas 2005)

¹⁰ (Djebbar 2004)

et 833 à Bagdad¹¹. Elle s'appuie sur un vocabulaire spécifique, se dote d'objets particuliers avec des règles précises, d'une typologie de problèmes et de champs d'application. Elle sera largement reprise par les latins dès le XII^e siècle soit directement grâce aux traductions de l'ouvrage d'al-Khwārizmī¹², soit indirectement par son utilisation dans la résolution de problèmes¹³. Mais, il faudra attendre la Renaissance italienne avec les mathématiciens bien connus, parmi lesquels Tartaglia, Cardan ou Bombelli, pour dénouer le problème initialement posé par al-Khayyām au XII^e siècle à l'est de l'Orient musulman¹⁴, de la résolution par radicaux de toutes les équations de degré inférieur ou égal à 3 : « Mais à la démonstration de ces espèces, si l'objet du problème est un nombre absolu, ni moi [al-Khayyām], ni aucun des hommes de cet art, ne sommes parvenus (peut-être d'autres, qui nous succéderont, sauront-ils le faire) que pour les trois premiers degrés qui sont le nombre, la chose et le carré¹⁵ ». Par la même occasion, l'équation de degré 4 sera aussi résolue par radicaux : les algébristes de la Renaissance, formés à et par l'algèbre des pays d'Islam, cultivés de certains développements latins et vulgaires¹⁶, sont murs pour s'autoriser des opérations impensables. L'algèbre des équations qui trouvera son accomplissement en Europe prend inévitablement ses racines dans l'algèbre arabe d'al-Khwārizmī, mais elle ne saurait s'y réduire. En effet, de plus en plus de problèmes du troisième degré vont se trouver résolus dans le contexte des mathématiques pratiques, marchandes de l'Italie médiévale, avant, à l'époque et après Fibonacci¹⁷. C'est tout ce contexte qu'Eva Cañaniello dépeint dans la première partie de notre contribution : « Léonard de Pise et les mathématiques de l'abaque ».

REFERENCES

- Cardano, G. (1545). *Artis magnæ, sive de regulis algebraicis*, Nuremberg.
- Djebbar, A. (2002). Le Manuscrit (retrouvé) de Saragosse. *Alliages* 47, 66-71. Disponible en ligne <http://revel.unice.fr/alliage/?id=3812>.
- Djebbar, A. (2004). Universalité et localité dans les pratiques scientifiques des Pays d'Islam. *Alliages*, 55-56, 35-42. Disponible en ligne <http://revel.unice.fr/alliage/index.html?id=3590#tocto1n2>.
- Djebbar, A. (2015). Quels sont les écrits mathématiques arabes et leurs contenus qui ont circulé dans l'Europe médiévale ? Un bilan provisoire. In É. Barbin, & J. L. Maltret (Eds.), *Mathématiques méditerranéennes. D'une rive et de l'autre* (pp. 89-108). Paris : Ellipses.
- Fibonacci, L. (1857). *Il Liber Abbaci*. Baldassarre Boncompagni (Ed.). Rome : Tipografia delle scienze matematiche e fisiche.

¹¹ (Rashed 2007)

¹² Deux traductions sont réalisées au cours du XII^e siècle grâce à Robert de Chester et Gérard de Crémone ; (Hughes 1986 ; Hughes 1989).

¹³ C'est le cas par exemple des textes de géométrie pratique dans lesquels les auteurs vont utiliser l'algèbre comme méthode de résolution de problèmes anciens ; (Moyon 2012)

¹⁴ Précisons qu'à la lecture de la *Muqadimma* d'Ibn Khaldūn, on peut supposer que le contenu du traité d'al-Khayyām n'est toujours pas connu à l'Ouest de la Méditerranée avant la fin du XIV^e siècle ; « Nous avons appris qu'un certain grand mathématicien de l'Orient a dépassé le nombre de six équations et est arrivé à plus de vingt espèces. Pour toutes ces équations, il a trouvé des solutions rigoureuses basées sur des démonstrations géométriques. » ; (Ibn Khaldūn 2002, 951). Il semblerait que le traité ne soit pas non plus connu des algébristes de la Renaissance italienne. À notre connaissance, aucun élément ne le suggère.

¹⁵ (Rashed & Djebbar 1981, 16)

¹⁶ J. Cardan le revendique dans son *Ars Magna* dès le premier chapitre en citant explicitement Muhammad ibn Mūsā d'al-Khwārizmī et Fibonacci : « *Haec ars olim a Mahomete, Mosis Arabis filio initium sumpfit. Et enim huius rei locuples testis Leonartus Pisauriensis est. (...)* » [Cet art a commencé avec Muhammad, arabe, fils de Moïse. Et, en fait, un témoin fiable de ce qu'est l'origine est Leonard de Pise (...)] ; (Cardano 1545, 3r).

¹⁷ Voir, par exemple, (Franci 1985 ; Franci & Toti Rigatelli 1988).

- Franci, R. (1985). Contributi alla risoluzione dell'equazione di 3° grado nel XIV secolo. In M. Folkerts, & U. Lindgren (Eds.), *Festschrift Für Helmuth Gericke* (pp.221-228). Stuttgart : Franz Steiner Verlag.
- Franci, R., & Toti Rigatelli, L. (1988). Fourteenth-Century Italian Algebra. In C. Hay (Ed.), *Mathematics from Manuscript to Print 1300-1600* (pp.11-29). Oxford : Clarendon Press.
- Goldstein, C., Gray, J., & Ritter, J. (1996) *L'Europe mathématique : Histoires, mythes, identités*. Paris : Maison des Sciences de l'homme.
- Gutas, D. (2005). *Pensée Grecque, Culture Arabe*. Paris : Aubier.
- Hughes, B. (1986). Gerard of Cremona's Translations of al-Khwarizmi's al-Jabr. *Mediaeval Studies*, 48, 211-263.
- Hughes, B. (1989). *Robert of Chester's Translation of al-Khwarizmi's al-Jabr*. Stuttgart : Franz Steiner Verlag.
- Ibn Khaldūn, A. (2002). *Le Livre des exemples*, A. Cheddadi (trad.). Paris : Gallimard.
- Marín, M. (2000). *Al-Andalus et les andalousiens*. Aix en Provence : Edisud.
- Moyon, M. (2012). Algèbre & Practica geometriæ en Occident médiéval latin : Abū Bakr, Fibonacci et Jean de Murs. In S. Rommevaux, M. Spiesser, & M.-R. Massa-Esteve (Eds.), *Pluralité de l'algèbre à la Renaissance* (pp. 33-65). Paris : Éditions Honoré Champion.
- Moyon, M. (2016). Mathématiques et Interculturalité : L'exemple de la division des figures planes dans l'histoire des pratiques mathématiques. *Repères-IREM*, 103, 5-22.
- Rashed, R., & Djebbar, A. (1981). *L'œuvre algébrique d'al-Khayyām*. Alep : Imprimerie de l'Université d'Alep.
- Rashed, R. (2007). *Al-Khwārizmī. Le commencement de l'algèbre*. Paris : Blanchard.
- Salisbury (de). J. *Metalogicum*. In J. P. Migne (Éd.), *Patrologia Latina*. Disponible en ligne [http://www.documentacatholicaomnia.eu/02m/1115-1180_Joannis_Saresberiensis_Metalogicus_\[Metalogicum\]_MLT.pdf](http://www.documentacatholicaomnia.eu/02m/1115-1180_Joannis_Saresberiensis_Metalogicus_[Metalogicum]_MLT.pdf).
- Samsó, J. (2003). A social approximation to the history of the exact sciences in al-Andalus. In *Acte de La VII trobada d'historia de la ciencia i de la tecnica* (pp. 519-30). Barcelone: SCHCT.
- Vitrac, B. (2015). La transmission des textes mathématiques grecs anciens : esquisse d'un problème. In É. Barbin, & J. L. Maltret (Eds.), *Mathématiques méditerranéennes. D'une rive et de l'autre* (pp. 3-26). Paris : Ellipses. Repris et augmenté dans *Quand ? Comment ? Pourquoi les textes mathématiques grecs sont-ils parvenus en Occident ?*, Disponible en ligne https://www.academia.edu/16162595/Quand_Comment_Pourquoi_les_textes_mathematiques_grecs_sont-ils_parvenus_en_Occident_.

LÉONARD DE PISE ET LES MATHÉMATIQUES DE L'ABAQUE

Eva CAIANIELLO

À Leonard de Pise, ou Fibonacci, on doit l'introduction d'une nouvelle mathématique, dont les principaux bénéficiaires sont les marchands italiens qui, à partir du XI^e siècle, sont les protagonistes de l'essor des échanges commerciaux entre les marchés du Nord et ceux de la Méditerranée orientale. Il serait impossible de comprendre l'apport de Léonard de Pise à la comptabilité et aux mathématiques du négoce sans évoquer l'influence sur sa formation de la révolution socio-économique qui s'accomplit au tournant des XII^e et XIII^e siècles. Celle-ci est marquée par le passage d'une économie féodale terrienne reposant sur le commerce local et de détail à une économie du crédit et du commerce de gros et d'outre-mer¹⁸. En fait, dès le XI^e siècle, les bases de l'évolution sociale et économique changent : le développement des villes et la croissance de la production agricole s'accompagnent de la multiplication et de l'extension des divers réseaux de commerce. Ainsi, les échanges avec l'Orient musulman et byzantin deviennent toujours plus fréquents. Sont exportés des tissus ouvrés, des métaux, de la laine,

¹⁸ (Caianiello 2013, 218)

du bois, des objets en or et en argent, et sont importés des épices, de la soie, de l'alun (indispensable pour la teinture des draps), etc...¹⁹

L'Italie se trouve au milieu de ces échanges en raison de sa position géographique et de sa tradition commerciale ancestrale : les républiques maritimes telles que Venise, Pise, Florence, Gênes, Amalfi sont des centres importants de cette expansion.

Contexte d'instruction

L'expansion du commerce serait peu compréhensible en l'absence d'un savoir-faire de deux types : des activités de lecture, écriture, de calcul d'une part, et des compétences juridiques d'autre part. Cependant toutes les données disponibles sur l'organisation des écoles pour les marchands dans l'Italie médiévale sont relatives à une période postérieure à celle de Léonard : elles datent au mieux du début du XIV^e siècle. Mais, Pirenne, partant de la considération que tout commerce un peu développé, présuppose nécessairement un degré assez élevé d'instruction pour ceux qui l'exercent, a avancé l'hypothèse, en ce qui concerne l'Italie, qu'on peut bien aller plus en arrière²⁰. En effet, en Italie, le niveau d'instruction des marchands du XIII^e siècle est bien supérieur à celui des régions du nord. À Pise, par exemple, la seule école attestée, sans doute laïque, est une école de droit, mentionnée dans la lettre d'un moine Victorin vers 1124/1127²¹.

Pour la lecture et l'écriture en Europe, on fait alors usage de la langue latine, pour le calcul on utilise le système de numération romaine et l'abaque²². On sait qu'à Florence²³, dès la première moitié du XIV^e siècle, environ la moitié²⁴ des enfants apprennent à lire, écrire et les rudiments du latin entre 5 et 7 ans²⁵. On sait en outre que cet enseignement est dispensé par des maîtres, appelés en latin *doctores puerorum* pour les hommes, ou *doctrices puerorum* pour les femmes. De 10 à 11 ans, les fils de marchands (environ 10%) et souvent ceux de la noblesse, s'ils étaient orientés vers les affaires commerciales, fréquentent une école d'abaque, où ils apprennent l'arithmétique marchande. Vers 13-14 ans, ils sont prêts pour un apprentissage professionnel dans une maison de commerce. Un petit nombre de ceux qui ont la possibilité d'entrer dans le commerce international sont envoyés à l'étranger et voyagent.

Il y a, par la suite, les écoles appelées « de grammaire » où l'on approfondit la langue latine, les lettres, la rhétorique et la logique. Ces écoles s'adressent à ceux qui (environ 5%) se destinent aux professions civiles, mais elles sont fréquentées aussi par des élèves des écoles d'abaque, qui veulent

¹⁹ Ces transactions sont bien documentées dans les chapitres VIII et IX du *Liber Abaci* pour ce qui regarde les liens entre Pise et ses partenaires commerciaux ; Voir (Moyon & Spiesser 2015, 2 et suivts).

²⁰ (Pirenne 1929, 19)

²¹ (Dufour 1979, 504 et svts.). Voir aussi (Caianiello 2013, 230).

²² Les algorismes (traductions latines et adaptations du *Calcul Indien* d'al-Khwārizmī perdu dans sa version originale) sont fondés sur le système de numération indo-arabe et sur le calcul arithmétique écrit dérivé. Ils se développent tout au long du XII^e siècle. Les chiffres indo-arabes commencent à être utilisés à la place des chiffres romains entre la fin du XII^e et le début du XIII^e siècle, mais dès son introduction et pendant des siècles (jusqu'aux XV^e-XVI^e siècles), la consultation des manuscrits montre qu'ils ne sont pas nécessairement utilisés.

²³ Grâce à un passage très connu de G. Villani dans sa *Cronaca fiorentina* ; (Davidsohn 1965, 4 :211).

²⁴ (Davidsohn 1965, 211-15 ; Høyrup 2007, 27-28).

²⁵ Tout d'abord, les enfants apprenaient à lire, puis à écrire. Pour ce qui concerne l'apprentissage et l'utilisation du latin voir (Black 2007, 43 et svts.).

recevoir une culture humaniste approfondie²⁶ (fondée sur l'étude de la grammaire latine et sur la lecture des auteurs classiques et médiévaux). Pour ce qui a trait à la question de la laïcité des écoles destinées aux marchands²⁷, on sait qu'aux XII^e-XIII^e siècles, les écoles épiscopales ou paroissiales ne répondent plus aux besoins professionnels de la « bourgeoisie » naissante. Elles sont alors remplacées au fur et à mesure par des écoles communales, d'abord privées et ensuite financées par les gouvernements citadins, même si elles ne sont pas encore publiques selon le sens actuel du mot. Elles sont tenues par des clercs, mais souvent par des laïcs, dont la première activité est celle de notaires. Il paraît, en effet, que ceux-ci servent principalement de maîtres à côté des clercs dans les villes communales. On peut supposer que, dès le XI^e siècle, dans l'Italie médiévale et à Pise en particulier, une grande corrélation existe entre l'étude du droit, l'activité notariale et le début de l'enseignement laïque. On ne peut pas, donc, douter de l'existence à Pise d'une ou plusieurs écoles pour les marchands où les jeunes peuvent étudier (ou auprès d'un précepteur privé) les rudiments de l'arithmétique commerciale et du latin.

Léonard entre Pise et Béjaïa

Fibonacci appartient à l'élite commerciale marchande de la ville de Pise, où il est né entre 1170 et 1180. La date de sa mort est inconnue, on la suppose postérieure à 1241²⁸. À cette époque, Pise est à l'apogée de sa puissance commerciale. Après une guerre pirate très agressive, commencée au début du XI^e siècle avec le Maghreb et, de manière plus générale, avec le monde islamique, la ville est entrée dans une deuxième phase où s'établit un flux commercial plus tranquille avec les anciens ennemis, flux réglé par de nombreux traités²⁹. La ville, devenue cosmopolite, est fréquentée par des marchands musulmans et des esclaves, qui sont souvent de haut rang, avec lesquels des relations d'amitié et de coopération s'établissent. Sont institués des consulats pisans dans les endroits marchands du Maghreb et du bassin méditerranéen en général, dont celui de Bougie dans le Maghreb (Bejaïa en Algérie). C'est précisément à Bougie que le scribe (titre correspondant à l'époque à celui de consul³⁰) pisan Guillaume appela son fils Léonard pour lui donner une formation adéquate (peut-être vers 1192) comme Léonard le raconte lui-même dans le « Prologue »³¹ de la deuxième édition du *Liber Abaci* (1228).

Le séjour à Béjaïa a certainement largement influencé les mathématiques de Fibonacci. La ville est un carrefour entre l'Occident, le Maghreb occidental et le désert du Sahara, ainsi qu'un parcours obligé dans les échanges culturels entre l'Occident et l'Orient musulmans³². Devenue pôle intellectuel d'un haut niveau scientifique, Bougie est le siège d'une école renommée pour la science du calcul³³ et

²⁶ (Davidsohn 1965, 4 :211 ; Ulivi 2000, 87; Black 2007, 121-140, 226)

²⁷ (Pirenne 1929, 139 et svts)

²⁸ L'indication de l'année 1241 est déduite d'un arrêté de la municipalité de Pise contenu dans le *Constitutus usus Pisanae Civitatis* du 4 novembre 1242, qui montre qu'il est vivant. La date textuelle du document a été rédigée selon le calendrier pisan qui correspond au 4 novembre 1241 (année reportée dans Bonaini (1857, 241) selon le calendrier moderne. Voir (Ulivi 2011, 251 ; Caianiello 2012, 27 et suivts.)

²⁹ (Tangheroni 1994, 22-23)

³⁰ (Tangheroni 1994,16)

³¹ (Boncompagni 1857-1862, I :1), voir aussi (Germano 2013, 14-17).

³² (Aïssani & Valerian, 2003)

³³ « La 'science du calcul' dans les classifications de la tradition classique arabe englobait non seulement le calcul indien, le calcul digital et mental mais aussi les procédures de résolution des problèmes telles que la méthode des quatre grandeurs proportionnelles, les méthodes de simple et double fausse position et les algorithmes algébriques associés aux 6 formes canoniques d'al- Khwārizmī. et un ensemble de problèmes qui s'appellent " calcul des transactions " (Djebbar 2005, 76). Au regard des textes de science du calcul, voir aussi (Djebbar 2001, 327-344).

de l'algèbre³⁴. Ici, Léonard a pu apprendre des éléments du calcul indien, de la notation des fractions de l'école maghrébine³⁵, les fondements de l'algèbre d'après la tradition d'al-Khwārizmī et d'Abū Kāmil³⁶ et grâce à son expérience de fils de marchand, les fondements de la science du calcul appliquée au négoce. À côté de la science du calcul, est aussi attestée une tradition pré-algébrique de géométrie pratique qui a eu la faveur des traducteurs latins³⁷.

Le résultat de cette intense activité d'études et de voyages est la rédaction, en rentrant à Pise vers 1200, du *Liber Abaci* en 1201-1202³⁸ (révisé en 1228). La *Practica Geometriae* est rédigée, quant à elle, vers 1220-21. Lorsqu'en 1226, l'Empereur Frédéric II de Hohenstaufen séjourne dans la ville, Fibonacci est introduit à sa cour par un certain Maître Dominique et prend part, en présence de l'Empereur, à des défis mathématiques. On suppose que les deux ouvrages : le *Flos* et le *Liber Quadratorum* sont composés après cette visite. Le manuscrit de l'*Epistola ad Magistrum Theodorum*, un philosophe de la cour impériale, avec les *Quaestiones avium*, n'est pour sa part pas daté³⁹. Maccagni⁴⁰ suggère la datation suivante : *Liber Quadratorum* [1226-1228], *Flos* [1228/1234], *Epistola ad Magistrum Theodorum*, *phylosophum domini imperatoris* [après 1228]. Léonard aurait composé trois autres ouvrages⁴¹, qui n'ont pas été retrouvés : la première édition du *Liber Abaci*, le *De minore guisa*, livre d'arithmétique commerciale et un commentaire au Livre X d'Euclide, où l'auteur envisage un traitement numérique des irrationnels. Ce dernier ouvrage, d'après quelques auteurs, pourrait correspondre au « chapitre XIV » de la seconde édition du *Liber Abaci*. Je m'arrête brièvement sur les deux ouvrages qui ont eu la plus grande influence sur les mathématiques de l'abaque des siècles suivants.

Le *Liber Abaci*, le projet de l'ouvrage

Composant le *Liber Abaci*, Fibonacci a voulu transmettre un ouvrage complet sur les nombres qui, tout en tenant compte de l'héritage euclidien, soit fondé sur le calcul indien et sur la méthode développée par la tradition des calculateurs des pays d'Islam que Fibonacci choisit comme la meilleure et qu'il aurait connue pendant son séjour au Maghreb et lors de ses voyages dans la Méditerranée [Prologue].

L'organisation du contenu, en 15 chapitres, rappelle, dans une certaine mesure, celle des manuels de « science du calcul » des pays d'Islam. Mais, comme le souligne Giusti, « même à l'égard de ses maîtres, Fibonacci compose un ouvrage unique, sinon par son originalité, du moins par sa

³⁴ (Aïssani & Valerian 2003)

³⁵ (Moyon & Spiesser 2015)

³⁶ Conformément à la tradition d'al-Khwārizmī et d'Abū Kāmil, pour le Pisan, la validation géométrique des théorèmes algébriques est essentielle.

³⁷ Du X^e siècle, on a retrouvé un texte d'Ibn 'Abdūn, de Cordoue, proposant des problèmes de géométrie de la mesure avec des algorithmes arithmétiques mais non algébriques, qui ressemblent au type babylonien. (Djebbar 2005, 79-80, 107-110). Pour une étude détaillée, voir (Moyon 2016).

³⁸ Sur la datation controversée des œuvres de Fibonacci voir (Maccagni 1988 ; Ulivi 2011, 250-254 ; Caianiello 2012, 18 et suivts.).

³⁹ Les ouvrages susmentionnés ont été publiés dans (Boncompagni 1857-1862).

⁴⁰ (Maccagni 1988)

⁴¹ Franci rapporte que, dans un manuscrit du XV^e de la Bibliothèque Nationale de Florence, ils sont cités comme le *Libro di merchaanti detto di minor guisa* et le *Libro sopra il 10° di Euclide* ; (Franci 2002, 303). Le premier traité est mentionné par Fibonacci au chapitre XI (Boncompagni 1857, 154) : “ *Est enim alius modo consolandi, quem in libro minoris guise docuimus* ” (Il y a en effet une autre manière de faire l'alliage, que nous avons enseignée dans le livre de minore guisa). Quant au commentaire au Livre X d'Euclide, il y a une allusion que Fibonacci fait dans son *Flos* (Boncompagni 1856, 3).

dimension ... »⁴². Dans son texte, coexistent : une section d'arithmétique entendue comme apprentissage du calcul, qui comprend la numération indo-arabe, opérations arithmétiques et calcul avec les fractions (chap. 1-7) ; la règle de trois et une vaste collection de problèmes à l'usage des marchands tels que le calcul du prix des marchandises, le troc, l'alliage, les compagnies mercantiles (chap.8-11) ; les questions erratiques c.-à-d. qui peuvent être résolus avec des différentes méthodes, parmi lesquels la règle de double fausse position. Il s'agit d'un large éventail de problèmes, à la fois d'ordre pratique et d'ordre théorique, qui sont actuellement classés comme problèmes récréatifs⁴³ et qui peuvent être résolus avec différentes méthodes, parmi lesquels la règle de double fausse position (chap. 12-13) ; une section de géométrie pratique suivie par un chapitre sur les irrationnels et une section d'algèbre, où les problèmes sont résolus à l'aide d'équations et d'inconnues (chap. 14-15). Dans le Prologue, Fibonacci se donne un objectif très ambitieux. En s'adressant à la *gens latina*⁴⁴, il souhaite toucher un vaste public. C'est sans doute une des raisons pour lesquelles il a écrit l'ouvrage en latin⁴⁵. Si l'on se demande si le *Liber* est plus orienté vers la théorie plutôt que vers la pratique, la réponse est que c'est un ouvrage hybride. D'un côté, l'aspect théorique est toujours présent : dans la partie arithmétique, Fibonacci utilise les énoncés d'Euclide pour vérifier l'exactitude de la pratique, il renvoie aux énoncés d'Euclide lorsqu'il énonce des propositions qui sont reprises des *Eléments*, mais démontre également lui-même, dans un style euclidien de nombreuses propositions ayant trait au domaine des nombres. De l'autre, Fibonacci ne perd jamais de vue les applications pratiques liées à l'activité des marchands. Tangheroni observe que :

le *Liber Abaci* offre beaucoup d'espace aux problèmes de mathématiques, même s'il ne peut pas être considéré comme un manuel pratique à l'usage des marchands : le *Liber* n'offre pas de formules d'application immédiate, mais des problèmes et des solutions aux problèmes à travers des procédés mathématiques⁴⁶.

Enfin, la volonté d'une large accessibilité est très présente dans l'ensemble du traité. Ainsi Fibonacci présente les choses à ses lecteurs de manière systématique et cohérente. Il ordonne ses exemples, en général, du plus simple au plus compliqué. Tout au long de l'ouvrage, des diagrammes et des tableaux sont souvent disposés à côté du texte, afin de simplifier ou de schématiser l'explication, voire de la rendre mémorisable.

La *Practica Geometriae* (1220-1221)

La même orientation, théorique tournée vers la pratique, inspire le second grand ouvrage de Fibonacci, la *Practica Geometriae*, composé en 1220-1221. Fibonacci, comme il le dit dans la dédicace à Maître Dominique, veut composer un traité de géométrie valable pour les théoriciens comme pour les praticiens. Son objectif est de présenter des problèmes de géométrie pratique pour résoudre les difficultés quotidiennes des gens, mais aussi de méthodes géométriques avec un système de démonstration pour ceux qui ont des intérêts scientifiques. Largement inspiré des ouvrages du *ilm al-*

⁴² (Giusti 2002, 60)

⁴³ (Franci 2003, 35)

⁴⁴ C'est-à-dire à l'ensemble des peuples qui partageaient la culture latine- ce que nous pourrions traduire aujourd'hui comme les peuples européens.

⁴⁵ Le latin était la langue des échanges internationaux, surtout avec les peuples de langue germanique (Pirenne 1985, 139 et suivts).

⁴⁶ (Tangheroni 1994, 25)

misāha des pays d'Islam⁴⁷, on y trouve aussi des éléments de la géométrie pratique des *agrimensores* de la tradition romaine. Outre des références explicites aux *Éléments* d'Euclide, on peut y trouver des références implicites aux *Metrica* de Héron d'Alexandrie, au *Livre sur les divisions des figures* d'Euclide qui est perdu⁴⁸, ou encore aux travaux d'Archimède (notamment pour la méthode d'approximation de π). Le texte a été largement diffusé et a été transmis par une dizaine de manuscrits. En outre, il a été soumis à plusieurs traductions en langue vernaculaire, comme celle, par exemple, de Cristofano Gherardo di Dino, mathématicien de Pise au XV^e siècle⁴⁹.

Un aperçu sur les écoles d'abaque et les plus anciens textes d'abaque italiens des XIII^e-XIV^e siècles.

De la deuxième moitié du XIII^e et jusqu'à la moitié du XVI^e siècle environ, apparaissent, surtout en Italie, des écoles de mathématiques (écoles ou *botteghe* d'abaque) destinées non seulement aux marchands, mais aussi à tous ceux qui nécessitent l'apprentissage des mathématiques pour leur travail (comme les changeurs, les techniciens, les fonctionnaires des communes ou encore les architectes). Des maîtres y enseignent (maîtres d'abaque) et utilisent des manuels, appelés manuels d'abaque⁵⁰, en langue vernaculaire. Ces manuels sont très nombreux ; on les estime à quelques centaines. Comme le souligne Folkerts :

The word *abbacus* in this context is confusing, because normally *abacus* is the name for the counting board, but the mathematics taught in the *libri d'abbaco* is not done with the help of a counting board, but with a pen on paper. The name *abbacus* was derived from the *Liber abbaci* written by Leonardo Fibonacci⁵¹.

Les maîtres d'abaque avaient un statut social comparable à celui des petits marchands et des artisans. En effet, en langue vernaculaire (i.e. en italien), l'acception « maestro d'arte » ou « maestro di bottega » indiquait dans les Communes italiennes un expert artisan et le lieu d'apprentissage était l'atelier d'artisanat. Sur la base de plusieurs documents on a vu qu'ils ont été les premiers mathématiciens 'professionnels' : souvent ces maîtres, à côté de l'enseignement, effectuaient un travail de consultation sur la base de leurs compétences spécifiques : réviseur de comptes, consultant pour l'estimation du prix des marchandises etc⁵². En Toscane, et en particulier à Florence – où l'enseignement a toujours été privé – il y a eu les écoles et les maîtres les plus prestigieux. La documentation relative à Florence et à d'autres centres est désormais très détaillée. Plus lacunaire apparaît aujourd'hui la documentation concernant Pise où le premier maître d'abaque (après peut-être le même Fibonacci) est un homme du nom de Magister Nocchus de abbaco, dont l'activité est fixée entre la fin du XIII^e siècle et la première partie du XIV^e siècle. Lui et/ou son fils Bindo pourraient être les auteurs de deux traités d'abaque pisans anonymes datant environ de la même période : le ms

⁴⁷ Pour un approfondissement des sources arabes voir (Moyon 2012).

⁴⁸ (Moyon 2011)

⁴⁹ (Arrighi 1966)

⁵⁰ On trouve aussi d'autres titres comme: *Libro o trattato d'aritmetica*, *Libro o trattato d'Algorismo*, *Algorismo* ou encore *Libro di ragioni*.

⁵¹ (Folkerts 2011, 282)

⁵² (Franci 1988, 182-183)

anonyme LVI.472 de la Bibliothèque Introni de Sienne (dont on verra plus loin) et le *Tractato de Arismetricha* (Bibliothèque Riccardienne, Florence, 25)⁵³.

Dès 1960, les éditions et les commentaires d'Arrighi et de l'école de Sienne⁵⁴, et en 1980, le catalogue des manuscrits de Van Egmond⁵⁵, ont permis la diffusion de ces manuels parmi les historiens des mathématiques. Ils ont aussi permis de dater le commencement de l'algèbre des équations des troisième et quatrième degrés en Italie au début du XIV^e siècle. Ces manuels utilisent les chiffres indo-arabes, contiennent des instructions au sujet de l'arithmétique, les algorithmes pour les opérations avec les entiers et le calcul sur les fractions et résolvent des problèmes (*ragioni*), surtout à caractère commercial, par des méthodes variées : règle du trois, fausse et double position et parfois, par l'algèbre. À côté de ces textes, nous trouvons également des traités de géométrie pratique et, dans une moindre mesure, des traités purement algébriques et des recueils de jeux récréatifs. Par rapport à l'algèbre, ces manuels présentent des équations du troisième et du quatrième degré qui sont absentes dans les traités d'al-Khwārizmī (et de ses adaptations latines) et de Fibonacci. En outre, à la différence de ces derniers, le propos essentiel de l'algèbre de l'abaque des premières décades du XIV^e siècle, est centré sur des réalisations concrètes, comme la résolution de problèmes de la pratique marchande. Les sources de l'algèbre de l'abaque italienne sont donc diverses et multiformes.

Les éléments essentiels de l'enseignement au sein des écoles d'abaque découlent des deux premières parties du *Liber Abaci* (Chap. 1-11) et de la *Practica Geometriae*, mais aussi des *Traités d'abaque* en langue vernaculaire qui présentent un choix de contenus plus accessibles. Selon Franci :

Même si on ne peut pas nier que le traité de Léonard est l'archétype de ces textes, il faut remarquer, par contre, que chaque auteur a développé son travail de façon autonome, en choisissant les sujets et en les adaptant aux exigences de ses interlocuteurs (...) ⁵⁶.

Même si l'algèbre n'est pas nécessaire pour résoudre la plupart des problèmes commerciaux, elle est néanmoins enseignée. La raison en serait qu'il y a un chapitre entier (le chap. XV) consacré à l'algèbre dans le *Liber Abaci*. En suivant Franci⁵⁷, on peut supposer trois niveaux d'enseignement. Dans le premier, on apprend la lecture et l'écriture des nombres, la représentation des nombres avec les mains et les calculs afférents, les algorithmes pour effectuer les opérations, le calcul avec les fractions, la règle de trois et ses applications aux calculs de l'intérêt, le système des monnaies, les poids et mesures, quelques notions de géométrie pratique. La formation est suffisante pour de petits artisans et commerçants. Ensuite, le deuxième niveau est prévu pour les marchands qui exercent leur profession dans le commerce international. Enfin, le troisième niveau est réservé aux amateurs des mathématiques et aux maîtres d'abaque. Parmi les matières enseignées dans les derniers niveaux : l'algèbre, la théorie des nombres et les problèmes marchands plus complexes. Il s'agit d'une tripartition qui, à bien des égards, reflète l'organisation du *Liber Abaci*.

⁵³ (Ulivi 2002, 2008 ; Franci 2015)

⁵⁴ L'école de Sienne est une équipe de travail qui, sous la direction de R. Franci et L. Toti Rigatelli, a poursuivi le travail de G. Arrighi. Elle a étudié et publié 26 traités d'abaque dans les *Quaderni del Centro Studi di Matematica Medioevale dell'Università di Siena*. Il ne s'agit pas, pourtant, d'éditions critiques des textes ou de leurs traductions dans une langue moderne.

⁵⁵ (Van Egmond 1980)

⁵⁶ (Franci 2003, 36)

⁵⁷ (Franci 1996)

Parmi les quelques témoignages relatifs à la structuration des matières dans une école d'abaque, on a retrouvé l'articulation des programmes d'enseignement selon la « méthode de Pise », dans le *Libbro d'abbaco* (1442) de Cristofano di Gherardo di Dino⁵⁸. L'enseignement se divise en « mute », se déroule sur une journée entière, avec beaucoup de travail à faire à la maison. Cristofano propose dans deux sections appelées les « minori » et les « tredici » selon la « méthode de Pise »⁵⁹ avec des problèmes commerciaux extraits du chap. 8 du *Liber Abaci*, aussi contenus dans un texte d'abaque pisan écrit vers la fin du XIII^e siècle⁶⁰. Tout cela témoigne de la mémoire encore vivante de Fibonacci et de la continuité de l'enseignement depuis Fibonacci.

Conclusion

On peut considérer, à la suite de l'historiographie, le *Liber Abaci* comme le précurseur ou, pour le moins, un important représentant⁶¹ d'une série de manuels d'abaque qui ont contribué à une formation mathématique massive, par la diffusion des chiffres indo-arabes et des techniques de calcul arithmétique et algébrique. On a vu, en particulier, l'influence qu'à deux siècles de distance l'œuvre de Léonard a continué à exercer sur les traités d'abaque d'origine pisane.

Si on se demande, cependant, quelles méthodes de Fibonacci ont été transmises et lesquelles ont été abandonnées, on s'aperçoit que⁶²:

- Dans les écoles d'abaque italiennes des siècles suivants, l'enseignement des mathématiques se fait par problèmes (« ragioni »). La méthode sera plus prescriptive qu'explicative : « fais comme ça » sans explications ultérieures.
- L'aspect théorique sera négligé. Seules les règles comptent : la règle de 3, de simple et double fausse position etc. contrairement à Fibonacci.
- L'apprentissage se fera par imitation des problèmes résolus. On développera une mentalité mnémorique-opérative plutôt que logique-déductive.
- La démonstration sera remplacée par la preuve numérique des théorèmes, de l'exactitude d'un calcul. L'efficacité d'un algorithme sera une preuve suffisante pour le rendre « vrai ».

Bien que ces développements puissent apparaître en-deçà du modèle qu'est le *Liber Abaci*, l'activité des maîtres d'abaque a contribué, avec les écoles d'abaque, à la diffusion des mathématiques dans les activités professionnelles et à la consolidation – également grâce à la circulation de la pratique algébrique – d'une culture favorable aux grands exploits de l'algèbre italienne du XVI^e siècle. Ceux-ci ont conduit à la résolution des équations des troisième et quatrième degrés par les mathématiciens tels que Tartaglia, Scipione del Ferro, Cardano et Ferrari qui ont eu une formation dans les écoles d'abaque. Leurs écrits sont aussi directement connectés avec ceux des maîtres des siècles précédents.

⁵⁸ (Arrighi 1965-67).

⁵⁹ Cette répartition est aussi présente dans la *Regula de Arismethica* (ms. Ash 576 de la Bibliothèque Laurentienne de Florence (1435)) et dans le *Trattato di Aritmetica e Geometria*, anonyme, (ms. LVI.46 de la Bibliothèque des Intronati de Sienne (ca. 1460)) ; (Franci 2015).

⁶⁰ Il s'agit du manuscrit anonyme LVI.47₂ de la Bibliothèque des Intronati de Sienne ; transcription dans (Franci 2015).

⁶¹ Høyrup propose un renversement de perspective, qui fait l'objet d'un débat complexe que j'ai synthétisé dans (Caianiello 2013b) et dont je ne discuterai pas ici ; (Høyrup 2007).

⁶² (Gamba-Montebelli 1987)

L'importance des écoles d'abaque est encore plus significative si l'on considère que la pratique algébrique a été presque absente du curriculum universitaire jusqu'à la moitié du XVII^e siècle⁶³.

REFERENCES

- Aïssani, D., & Valerian D. (2003). Mathématiques, commerce et société à Béjaia (Bugia) au moment du séjour de Leonardo Fibonacci (XII-XIII siècle). *Bollettino di storia delle scienze matematiche*, XXIII, 9-31.
- Arrighi, G. (1966). *Leonardo Fibonacci, La Pratica di Geometria volgarizzata da Cristofano de Dino Cittacino Pisano, dal Codice 2186 Della Biblioteca Riccardiana di Firenze*. Pise: Domus Galilaeana.
- Arrighi, G. (1965-67). Un 'programma' di didattica di matematica nella prima metà del quattrocento (Dal Codice 2186 della Biblioteca Riccardiana di Firenze). *Atti e Memorie della Accademia Petrarca di lettere, arti e scienze di Arezzo*, 38, 117-28.
- Black, R. D. (2007). *Education and Society in Tuscany from the 13th to the 15th Century c. 1250-1500*. Brill e-books.
- Boncompagni, B. (1856). *Opuscoli di Leonardo Pisano secondo la lezione di un codice della Bibliothèque Ambrosiana di Milan*. 2ème éd. Florence: Tipografia galileiana.
- Boncompagni, B. (1857-1862). *Scritti di Leonardo Pisano matematico del secolo decimo terzo*. 2 vols.: I. Il Liber abaci pubblicato secondo la lezione del Codice Magliabechiano C. 1. 2616, Badia Fiorentina, n. 73; II. La pratica geometriae. Opuscoli: Flos, le Questiones avium e il Liber quadratorum. Rome: Boncompagni Tipografia delle Scienze matematiche.
- Busard, H. L. L. (1968). L'algèbre au moyen age : Le 'Liber mensurationum' d'Abu Bakkr. *Journal des Savants*, avril-juin, 65-125.
- Caianiello, E. (2012). La vita e l'opera di Leonardo Pisano, Appendice 1. In G. Martino (Eds.), *Forme e modi delle lingue dei testi tecnici antichi* (pp.54-60). Naples: D'Auria.
- Caianiello, E. (2013). Leonardo of Pisa and the Liber Abaci. Biographical elements and the project of the work. In A. Bernard, & C. Proust (Eds.) *Scientific sources and teaching contexts throughout history: Problems and perspectives*. (pp. 217-246). Dordrecht-Heidelberg-New York-London: Springer.
- Caianiello, E. (2013b). Les sources des textes d'abaque italiens du XIV^eème : Les échos d'un débat en cours. *Reti Medievali Rivista*, 14(2), 189-209.
- Davidsohn, R. (1956-68). *Storia di Firenze*, éd.it, 8 vols, IV (1965)-partie 3. Florence: Sansoni.
- Djebbar, A. (2001). Les Transactions dans les mathématiques arabes : Classification, résolution et circulation. In CIHSO (Ed.), *Actes du Colloque International « Commerce et mathématiques du Moyen Age à la Renaissance, autour de la Méditerranée* (pp. 327-344).
- Djebbar, A. (2005). *L'algèbre arabe. Genèse d'un art*. Paris: Vuibert.
- Dufour, J. et al. (1979). L'attrait des 'Leges'. Note sur la lettre d'un moine victorin (vers 1124/27). *Studia et Documenta Historiae Iuris*, 45, 504-529.
- Folkerts, M. (2004). Leonardo Fibonacci's knowledge of Euclid's elements and of other mathematical texts. *Bollettino di storia delle scienze matematiche*, 24, 93-113.
- Folkerts, M. (2011). Review "J. Høyrup, Jacopo da Firenze's Tractatus Algorismi and Early Italian Abacus Culture". *Annals of Science*, 68(2), 282-284.
- Franci, R. (1996). L'insegnamento dell'Aritmetica nel Medioevo. In P. Freguglia, L. Pellegrini, & R. Paciocco (Eds.), *Scienze matematiche e insegnamento in epoca medievale* (pp. 111-132). Chieti: Edizioni Scientifiche Italiane.
- Franci, R. (2002). Il Liber Abaci di Leonardo Fibonacci: 1202-2002. *Bollettino della Unione Matematica Italiana*, 5-A, 293-328.
- Franci, R. (2003). Leonardo Pisano e la trattatistica sull'abaco nei secoli XIV e XV. *Bollettino di storia delle scienze matematiche*, XXIII(2), 33-54.
- Franci, R. (2015). Un trattato d'abaco pisano della fine del XIII secolo. *Bollettino di storia delle scienze matematiche*, XXXV(1), 9-96.
- Gamba, E., & Montebelli, V. (1987). La matematica abachista tra recupero della tradizione e rinnovamento scientifico. In *Giovanni Battista Benedetti e il suo tempo* (pp. 169-202). Venice: Istituto Veneto di scienze, lettere e arti.
- Germano, G. (2013). New Editorial Perspectives on Fibonacci's Liber Abaci. In G. Germano (Ed.), *Studies on Fibonacci's Liber Abaci*, *Reti Medievali Rivista*, 14(2), 157-173.
- Giusti, E. (2002). Matematica e commercio nel Liber Abaci. In E. Giusti (Eds.), *Un ponte sul Mediterraneo: Leonardo Pisano, la scienza araba e la rinascita della matematica in Occidente* (pp. 59-120). Firenze: Polistampa. Retrieved from <http://php.math.unifi.it/archimede/archimede/fibonacci/catalogo/giusti.php>.

⁶³ À ce sujet, voir (Moyon 2012).

- Høyrup, J. (2007). *Jacopo da Firenze's Tractatus Algorismi and Early Italian Abbacus Culture*. Basel-Boston-Berlin: Birkhäuser.
- Maccagni, C. (1988). Leonardo Fibonacci e il rinnovamento delle matematiche. In *L'Italia ed i paesi mediterranei: Atti del Convegno internazionale di studi, Pisa, 6-7 giugno 1987* (pp. 91-115). Pisa: Nistri-Lischi e pacini.
- Moyon, M. (2011). Le 'De Superficierum Divisionibus Liber' d'al-Baghdâdî et ses prolongements en Europe. In A. Bouzari, & Y. Guergour (Eds.), *Actes du 9^e Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes, Alger, 12-14 Mai 2007* (pp.159–201). Alger: Imprimerie Fasciné.
- Moyon, M. (2012). Algèbre & Practica geometriæ en Occident médiéval latin : Abū Bakr, Fibonacci et Jean de Murs. In S. Rommevaux, M. Spiesser, & M.-R. Massa Estève (Eds.), *Pluralité de l'algèbre à la renaissance* (pp. 33-65). Paris : Honoré Champion.
- Moyon, M., & Spiesser, M. (2015). L'arithmétique des fractions dans l'œuvre de Fibonacci : Fondements & usages. *Archive for History of Exact Sciences*, 69(4), 391-427.
- Moyon, M. (2016). *La géométrie de la mesure dans les traductions arabo-latines médiévales*. Turnhout : Brepols.
- Pirenne, H. (1985). *Storia economica e sociale del Medioevo*. 2ème éd. italienne. Milan: Garzanti.
- Stürner, W. (2009). *Federico II e l'apogeo del suo impero*. Rome: Salerno Editrice.
- Tangheroni, M. (1994). Fibonacci, Pisa e il Mediterraneo. In R. Tangheroni, & M. Morelli (Eds.), *Leonardo Fibonacci, il tempo, le opere, l'eredità scientifica* (pp. 15-34). Pise: Pacini.
- Ulivì, E. (2000). Le scuole d'abaco e l'insegnamento della matematica a Firenze nei secoli XIII-XVI. In P. Freguglia, L. Pellegrini, & R. Paciocco (Eds.), *Scienze matematiche e insegnamento in epoca medievale: Atti del Convegno internazionale di studio, Chieti, 2-4 maggio 1996* (pp. 85-110). Naples-Rome: Edizioni Scientifiche Italiane.
- Ulivì, E. (2011). Su Leonardo Fibonacci e sui maestri d'abaco pisani dei secoli XIII-XV. *Bollettino di storia delle scienze matematiche*, XXXI, 247-286.
- Van Egmond, W. (1981). *Practical Mathematics in the Italian Renaissance: A catalog of italian abacus manuscripts and printed books to 1600*. Florence: Giunti Barbera.

L'INTRODUCTION DES MATHÉMATIQUES « EUROPÉENNES » DANS L'EMPIRE OTTOMAN À PARTIR DU XVIII^e SIECLE

Mahdi ABDELJAOUAD

Dans la Turquie ottomane du XVIII^e siècle, les souverains et les élites dirigeantes sont confrontés à des échecs militaires et à des menaces étrangères grandissantes. Les armées encadrées par des janissaires utilisent des techniques devenues obsolètes et inopérantes face aux armées européennes. Géré depuis plusieurs siècles par les Ulémas selon un modèle médiéval, le système éducatif traditionnel transmet des connaissances ne répondant ni aux besoins militaires ni à ceux de la société civile. Ce n'est qu'après le traité de paix de Karlowitz (1699), désastreux pour les Ottomans, qu'un processus de transfert de connaissances se développe.

En voulant examiner la dynamique qui a permis la circulation des mathématiques européennes dans l'Empire ottoman et analyser les facteurs de son accélération ou la nature des obstacles rencontrés, nous cherchons à montrer que les principes, les contenus, les méthodes, les lieux et les acteurs du transfert ont été modifiés tout au long du siècle, jusqu'à atteindre le seuil du mimétisme institutionnel et le rejet dramatique.

L'étude de l'introduction des mathématiques « européennes » dans l'enseignement au Sud de la Méditerranée à partir du XVIII^e siècle a produit de nombreuses publications et, en particulier, l'important ouvrage de Pascal Crozet : *Les Sciences modernes en Égypte : Transfert et appropriation (1805-1902)*. L'auteur y montre⁶⁴ que :

⁶⁴ (Crozet 2008, 7)

- (i) le transfert des sciences modernes vers l'Égypte n'est pas engagé par les empires européens, mais s'effectue, dans un premier temps du moins, contre leur expansion ;
- (ii) la société égyptienne est héritière d'une tradition scientifique islamique qui partage un important patrimoine commun avec les sciences cultivées en Europe jusqu'au milieu du XVIII^e siècle, sciences dans lesquelles s'enracinent précisément les sciences modernes.

Notre communication s'inscrit dans le cadre de ces thèses, mais en la focalisant sur la Turquie du XVIII^e siècle.

Des mathématiques immédiatement utilisables

Au XVIII^e siècle, les mathématiques traditionnelles continuent à être enseignées dans certaines *madrasas* [écoles] ottomanes par des ulémas [savants traditionnels] qui produisent des traités de géométrie pratique et d'arpentage. C'est le cas, par exemple, d'al-Dimashqī (m. 1749) auteur de *Sharh nukhbat al-tuffāha fī ʿilmi l-misāha* [Commentaire sur <le poème> « Le meilleur de la science des mesures »], de Abu Sahl Nuʿmān (m. 1753) auteur d'un traité de géométrie pratique en turc : *Tabyīnu ʿmāl al-misāha* [Clarification des arts de la mesure] ou de Muhammad Akkirmani (m. 1760), auteur de *Risāla fī maʿrifat l-abʿād* [Épître sur la détermination des distances].

Ces auteurs traitent du mesurage (aires de surfaces planes rectilignes et non rectilignes et des volumes des solides usuels) et présentent l'arpentage utilisé respectivement pour installer des canalisations et agencer des édifices. Des instruments de nivellement sont décrits et la manière de déterminer la hauteur des bâtiments et la largeur des rivières est détaillée. Ils puisent leurs savoirs dans les ouvrages arabes anciens⁶⁵ et essayent d'améliorer les techniques décrites.

Les efforts de renouveau scientifique par les traductions

Cependant, la nécessité de se prémunir contre les menaces étrangères conduit une partie de l'élite ottomane à se rendre compte que les mathématiques et les techniques traditionnelles sont obsolètes et ne permettent plus de défendre l'Empire. Ils commencent à s'intéresser aux sciences et techniques européennes de la guerre. Cet intérêt se retrouve chez des bureaucrates exerçant dans l'administration centrale (secrétariat du grand vizir – affaires étrangères – gestions des conflits – fisc – monnaie) ou dans les provinces balkaniques. La plupart reçoit une formation de base soit à l'école du Palais, soit dans une madrasa traditionnelle et poursuivent leur spécialisation au domicile d'un savant ou dans un cabinet ministériel. Le profil d'autoformation d'un de ces fonctionnaires est décrit de la manière suivante par Vlahakis :

He entered the office of the Council of State at the age of fourteen where he learned computation and syakat, a style of writing used in treasury accounts. Then, he started to work in a military office and had to participate in military campaigns. While in Istanbul, he frequented medrese teachers to learn astronomy and mathematics as well as theology, the Quran, the Hadith and logic. To build his erudition, he read biographical and bibliographical books.⁶⁶

Leurs chefs directs – qui souvent ont suivi le même parcours – les encouragent à apprendre les langues étrangères et à fréquenter les Européens réfugiés ou expatriés, interprètes, officiers, ingénieurs et techniciens, souvent des convertis, recrutés pour aider à la formation des militaires. Certains de ces

⁶⁵ (Moyon 2016)

⁶⁶ (Vlahakis 2006, 89-90)

personnages sont même devenus Grand vizir après avoir été collecteur de taxe, responsable du bureau de la monnaie, chef comptable, *reiskuttab* (chef du secrétariat), ambassadeur, gouverneur régional ou ministre. On retrouve ce même profil dans les biographies des quelques savants ottomans ayant participé au processus de transfert de connaissances. Citons, en guise d'exemple, certains de ceux qui se sont intéressés aux mathématiques et à l'astronomie.

Avant de devenir Grand vizir, Rāghib Pācha (m. 1763) a suivi ce même parcours. Il codirige la commission ottomane qui négocie le traité de paix de 1740 réintégrant Belgrade dans l'Empire. Il est connu pour son désir de paix, ses réformes discrètes, sa grande culture et pour avoir encouragé les sciences et les arts. Lui-même est l'auteur d'une encyclopédie turque dont un chapitre traite de l'astronomie.

Fils du premier ambassadeur ottoman à Paris, Yenisehri Mehmed Said Efendī (m. 1767) maîtrise le français et les mathématiques. Grand vizir, il est ensuite lui-même nommé ambassadeur à Paris en 1742. Il est l'auteur de deux traités de géométrie pratique en turc, mélangeant l'inspiration traditionnelle aux apports étrangers : *Risalat al-misāha* [Epître sur le mesurage] et *Risāle-i sinūs li misāhat al-bu^cd* [Epître de l'usage des sinus pour la mesure des distances]⁶⁷.

Haut fonctionnaire de l'administration militaire, fêru de science classique, Mustafa Sidqī (m. 1769) développe des recherches de haut niveau en géométrie et en astronomie et collabore avec Halife-zāde pour diriger une équipe de traducteurs et préparer un traité sur l'astrolabe à partir de « *l'usage des astrolabes tant universels que particuliers accompagné d'un traité qu'en explique la construction* » de Nicolas Bion (Paris 1702). L'équipe produit aussi des instruments astronomiques.

Çināri İsmail Efendī (m. 1788), mathématicien et astronome, traduit en 1765 les tables éphémérides de Cassini. Elles remplacent les tables élaborées par Ulug Beg au XV^e siècle à Samarkand et utilisées jusqu'à cette époque par les astronomes de l'Empire. Elles seront imprimées en 1772. C'est avec cet ouvrage que les logarithmes sont introduits pour la première fois en Turquie. Les travaux scientifiques de ces savants se caractérisent par leur volonté de s'appropriier les nouveaux savoirs tout en les intégrant dans les cadres du savoir ancien et en cherchant à éviter les ruptures. Cette approche est parfaitement illustrée par le traité de géométrie d'un érudit provincial, interprète du gouverneur ottoman de Belgrade, °Uthmān al-muhtadī [Osman le converti]. Nous présentons maintenant ce personnage et son travail.

Un savoir hybride

°Uthmān al-muhtadī ou °Uthmān Efendī [Maître Osman] est connu comme ayant été, entre 1747 et 1784, l'interprète officiel et le traducteur des gouverneurs ottomans de Belgrade. C'est un érudit polyglotte confirmé, auteur de trois traductions en langue turque d'ouvrages scientifiques européens, le premier en géographie (1751), le second sur les plantes (1770) et troisième sur la distillation (1782). Il achève un traité de géométrie appliquée à l'art militaire, écrit en arabe, terminé en 1779, cinq années avant son décès à Belgrade. D'après l'auteur lui-même, *Hadiyyat al-muhtadī li-iqād al-sirāj al-muntafi* [L'Offrande du converti pour ranimer la flamme éteinte] s'inspire d'ouvrages français et allemands⁶⁸. Cet ouvrage peut être considéré comme l'un des premiers vecteurs du transfert des mathématiques européennes vers la langue arabe.

⁶⁷ Toutes les translittérations des titres d'ouvrages de langue turque sont prises de (İhsanoglu & als. 1999).

⁶⁸ L'analyse du texte est réalisée dans (Ageron & als. 2016). Notre étude s'appuie sur ce travail.

Lorsque l'on commence à lire l'ouvrage, rien ne le distingue d'un traité traditionnel arabe de mathématique. L'auteur commence par le *bismillah* (invocation du nom de Dieu) et par quelques vœux pieux, puis il introduit directement son projet sans s'attarder dans des éloges du prince. L'auteur précise qu'il a lui-même rédigé un texte de base surligné en rouge et un commentaire afin d'aider le lecteur à mieux comprendre les sujets étudiés :

Lorsque j'ai constaté que dans certains traités de géométrie, on n'y examine que quelques notions et propositions où on n'y expose également ni leurs objectifs ni leur utilité, j'ai décidé d'écrire un traité de géométrie et notamment de mesurage contenant tout ce qui est indispensable, ajoutant certaines applications et négligeant ce qui y est rare, < sous la forme > d'un concis et d'un commentaire écrits dans une langue simple⁶⁹.

L'ouvrage contient plusieurs parties: (1) Objets de base de la géométrie euclidienne, (2) Éléments de géométrie euclidienne plane pratique suivi d'un appendice arithmétique, (3) Des instruments de mesures, (4) De la longimétrie et de l'altimétrie, (5) Des corps solides, (6) coniques, (7) De la science du mouvement galiléenne et ses applications au jet des bombes, (8) De la théorie des mines.

Sans jamais l'indiquer explicitement ou implicitement, l'auteur emprunte alternativement des définitions, des démonstrations, des commentaires, des descriptions d'instruments de mesure ou de dessin, à la version allemande du « *Nouveau Cours de mathématiques à l'usage de l'artillerie et du génie* » de Bélidor, aux « *Anfangsgründe der Geometrie* » de Wolff, à « *L'Art de jeter les bombes* » de Blondel, et tantôt à des passages d'origine indéterminée, composés à partir d'ouvrages ou d'instruments disponibles dans l'environnement de l'auteur, comme ceux signalés au paragraphe 2.

Presque nulle part dans la préface ou dans le texte lui-même, il n'est suggéré que le travail proposé contienne des sections traduites à partir de textes étrangers. L'auteur ne se réfère explicitement aux géomètres chrétiens [*muhandisī l-nasārā*] qu'une fois en écrivant « qu'en cherchant à faciliter la tâche des calculateurs et à préciser les mesures d'aires, ils ont choisi de décimaliser les unités de mesure », et il propose aux géomètres musulmans d'en faire de même. Dans le chapitre sur l'arpentage, il décrit plusieurs instruments de nivellement, mais il ne se réfère qu'une fois aux géomètres français [*muhandisī l-frank*] lorsqu'il décrit l'astrolabe simple servant à déterminer les angles et désignée comme étant « le demi-cercle ». Au chapitre sur les canons, il explique que les mécréants [*al-kafarah*] utilisent des petits canons bien mobiles et efficaces, inventés en Hollande et améliorés en Prusse puis après les avoir décrits il incite les militaires musulmans à les inclure dans leur armement. Parfois, il fait référence aux philosophes tardifs [*al-hukamā al-muta'akhhirūn*] sans préciser s'il parle de savants musulmans ou chrétiens mais le contexte permet la plupart du temps de comprendre qu'il s'agit des seconds.

L'analyse minutieuse de l'ouvrage permet de constater que l'auteur n'a pas simplement cherché à traduire ses sources ou à leur emprunter définitions, descriptions et preuves, il a également tenté de comprendre les modes de raisonnement, d'assimiler les techniques et de s'appropriier concepts et méthodes. Il a retravaillé le texte et l'a restructuré pour enfin lui donner une forme semblable à celle des traités traditionnels, accessible à des étudiants des *madrasas* ayant déjà reçu une formation en géométrie classique euclidienne comme celle que l'on trouve dans *Sharh ashkāl al-ta'sīs* [Commentaires sur le traité « Les figures de base »] de Qādhī Zāde al-Rūmī, connu pour avoir

⁶⁹ Manuscrit de Médine, Maktabat al-Malik °Abd al-°Azīz, ms. 2879, folio 1b. (notre traduction)

largement été enseigné dans l'Empire ottoman. Ce n'est qu'à la fin de l'ouvrage, que l'auteur précise qu'il l'a composé en traduisant des écrits en langue germanique [*nemjah*] ou en langue française [*frenjah*]. Quel est l'accueil reçu par cet ouvrage ? A-t-il été largement diffusé dans les écoles militaires nouvellement créées à Istanbul ? Nous proposons de répondre à ces questions dans le prochain paragraphe.

Cohabitation des savoirs

Considérant que les savoirs mathématiques et techniques européens sont à la source de la supériorité des armées européennes, le sultan Abdülhamid I (1774-1789) décide de les introduire dans la formation des cadres de la marine et de l'armée de terre. Une école, *Hendeshāne* [École de géométrie] est installée aux chantiers navals impériaux à Üsküdar. Elle est constituée d'une seule classe de 10 à 15 élèves-officiers. Des officiers français entraînent les cadets dans les sciences et techniques militaires. Le capitaine de vaisseau algérien Seyyid Hasan y enseigne les techniques navales et un second Algérien, ancien pilote de vaisseau, entretient les différents instruments et explique leur utilisation. Plusieurs *mudarris* [enseignants] des écoles traditionnelles, dont Ismail Gelenbevi Efendî, font également partie du corps enseignant. En 1784, l'école est transformée en *Mühendeshāne* [École d'ingénieurs] et on y ajoute la formation des officiers de l'armée de terre (artillerie, génie, mines, fortifications, topographie). Sept parmi les meilleurs cadets reçoivent une bourse pour se consacrer à leur formation. Outre leurs obligations d'encadrement des officiers de terrain aux techniques militaires modernes, des ingénieurs militaires français, en particulier les officiers André-Joseph Lafitte-Clavé (1740-1793) et Jean-Gabriel Monnier (1745-1818), assurent à l'école des cours théoriques et pratiques en sciences militaires, alors que les cours de mathématiques sont assurés par des *mulazîm* [assistants-professeurs], anciens diplômés de la *Hendeshāne*, encadrés par leur ancien professeur Ismail Gelenbevi, personnage caractéristique de la phase hybride de cohabitation des savoirs traditionnels et européens.

Ayant suivi le cursus traditionnel des ulémas ottomans, Ismail Gelenbevi (1730-1791)⁷⁰ réussit, en 1763, l'examen l'habilitant à enseigner dans les *madrasas*. Durant sa carrière d'enseignant, il publie en langue arabe plusieurs dizaines d'ouvrages dans diverses disciplines, telle que la philosophie, la logique et les mathématiques. À partir de 1775, il est recruté à *Hendeshāne* pour enseigner la géométrie théorique et pratique, tout en continuant à progresser dans sa carrière d'uléma [enseignant traditionnel], atteignant le grade suprême équivalent à celui d'enseignant à la Mosquée Suleymaniyya d'Istanbul et dans sa carrière de juriste en tant que *qādhî* [juge]. Il est certain qu'Ismail Gelenbevi s'intéresse aux sciences européennes et cherche à se les approprier, les utiliser et les enseigner ; nous listons ci-dessous les données qui l'attestent :

- 1) Un de ses collègues officiers français Lafitte-Clavé rapporte que Gelenbevi et d'autres *mudarris* assistaient parfois aux cours qu'il professait.
- 2) Gelenbevi a eu entre les mains une traduction des *Tables portatives de logarithmes* de Callet, car il a ajouté sur le verso de la couverture la remarque suivante: « Cet ouvrage est étudié que par ceux qui sont capables d'apprécier les mathématiques élégantes et donc d'apprécier ces connaissances ». Ce manuel reste longtemps en usage dans les écoles d'ingénieurs turques.

⁷⁰ L'essentiel des informations que nous donnons figurent dans (Umut 2011, 46-71).

- 3) La rédaction par Gelenbevi lui-même, d'un manuel sur les logarithmes: *Sharhu Cadāvil al-Ansāb Lugaritma*. [Commentaire sur la table des logarithmes]⁷¹.
- 4) Lorsque le meilleur élève de l'école, °Abdürrahamane Efendi, qui maîtrise bien le français, a traduit en turc des chapitres de certains de ses cours, son professeur, Ismail Gelenbevi, a révisé la traduction et en a rédigé une version finale. Ce cours pourrait être *Adla-i musallasat*, un traité de trigonométrie, attribué également à Gelenbevi.
- 5) Gelenbevi a rédigé une épître contenant des traductions en turc de larges extraits du chapitre sur les coniques du traité *L'Offrande du converti* de °Uthmān al-muhtadī⁷². Que Gelenbevi ait eu accès à cet ouvrage et qu'il l'ait lu ne surprend pas, car une copie de ce traité figure dans un inventaire de la bibliothèque de *Hendeshāne*, établi en 1788, et au moins une des copies que nous avons retrouvées a été retranscrite par Ibrāhīm Kami, un étudiant de cette école.
- 6) Gelenbevi avait suffisamment d'expertise en balistique pour intervenir sur le terrain et résoudre un problème par des calculs mathématiques. Cette initiative lui a valu d'être publiquement félicité par le sultan Selim III.

Compte tenu de son aura d'uléma et de sa renommée de mathématicien, Gelenbevi a contribué à la formation des premiers ingénieurs militaires ottomans capables de transformer les infrastructures militaires et civiles du pays et des premiers enseignants multilingues maîtrisant les sciences et les techniques européennes. Ces nouveaux lieux de formation des cadres militaires respectent les codes pédagogiques traditionnels par la présence, en tant que principal enseignant de géométrie et d'astronomie, d'un uléma comme garant de l'acceptabilité des savoirs enseignés. Non seulement, il participe à la formation des cadres militaires mais il côtoie également des officiers étrangers chargés de l'instruction militaire des cadets. Dans ces établissements, deux langues d'enseignement y sont privilégiées, le turc qui commence à acquérir un statut de langue scientifique et technique et le français. Le caractère hybride de ces institutions est bien souligné par Martykánová, qu'elle considère « quite similar to the École des Ponts et Chaussées in the first years of its existence », elle ajoute :

The newly-created institutions were a mixture of Ottoman administrative-military traditions and madrasah ways of proceeding, blended with the innovations in contents and in conduct imported by foreign experts. They produced men of an original profile, in which the theoretical knowledge of a classical scholar combined with the status of a performance-oriented sultan's servant, without omitting a feature that would acquire an increasing importance: that of a bearer of modern "European" knowledge –including language skills- which was to become a gateway to a fast career in the Ottoman bureaucracy in the first two thirds of the nineteenth century⁷³.

Martykánová ajoute que ces écoles ne produisent pas des ulémas mais des *muhandis* [ingénieurs-géomètres] éduqués dans les sciences mathématiques européennes et sachant les utiliser dans les arts militaires. Ce modèle d'institution hybride cède rapidement la place à des lieux de transfert institutionnalisé des savoirs mathématiques et techniques formant des ingénieurs et laissant à la marge les sciences traditionnelles et les ulémas.

⁷¹ On trouve dans les bibliothèques turques et arabes au moins 12 copies de cet ouvrage, dont une a été écrite en 1817 par un ancien élève de *Mühendeshāne*, Ibrāhīm Adham. Ce personnage est présenté plus loin au paragraphe 6.

⁷² Communication privée de Mahmood Shahidī (février 2016).

⁷³ (Martykánová 2010, 65)

Institutionnalisation des transferts

La circulation des mathématiques et des techniques militaires européennes s'institutionnalise en 1793 lorsque le sultan Selim III (1793-1806), en accédant au trône, décide la mise en place d'une nouvelle armée (*Nizam-i Cedide*) organisée selon les normes européennes. Pour encadrer cette armée, il crée sur des bases nouvelles une école d'ingénieurs : Nouvelle École impériale d'ingénieurs (*Muhendeshâne Cedide*) formant des officiers artilleurs, topographes et sapeurs. Cette nouvelle école est caractérisée par :

- 1) La structuration en quatre classes de niveaux séparés dans lesquels des cours formels sont enseignés selon les niveaux.
- 2) Introduction des langues étrangères et plus particulièrement le français. Lorsque l'enseignant est un officier français, le cours est traduit en turc simultanément par un interprète ou par un élève d'une classe supérieure.
- 3) Les enseignants de mathématiques non étrangers sont des officiers-ingénieurs, diplômés des précédentes écoles. Ils enseignent en turc.
- 4) L'école forme un nouveau corps d'ingénieurs-architectes militaires appelés à encadrer la nouvelle armée. Ils s'exercent sur le terrain au cours de leur formation.
- 5) Une large bibliothèque de manuels européens est mise à la disposition des cadets.
- 6) L'imprimerie en caractères arabes est réactivée : elle publie des traductions de manuels européens et des cours de mathématiques et de technologie militaire.

Structuré sur le modèle européen, ce nouveau type d'établissement de formation suscite résistance et critique, comme en témoigne un jeune officier, Séid Moustafa, ancien élève de l'école devenu lui-même ingénieur-topographe dans l'armée de terre et enseignant-assistant à l'école. Dans un pamphlet écrit en français, *La diatribe de l'ingénieur*, il décrit l'hostilité rencontrée par les nouvelles méthodes d'enseignement :

L'école fut établie et pourvue de maîtres et d'écoliers permanents et salariés. Je fus du nombre de ces derniers. Nous commençâmes à travailler en public ; c'était la première fois que le monde ignorant avait entendu à Constantinople des leçons de mathématiques et avait vu des géomètres en pleine assemblée ; la voie de l'impéritie et de l'ignorance s'éleva de tous côtés, on nous molesta, on nous persécuta presque, on criailla (*sic*) en disant : « pourquoi tirent-ils ces lignes sur le papier ? Quel avantage croient-ils retirer ? La guerre ne se fait point au compas et à la ligne⁷⁴.

Globalement, les réformes introduites par le sultan rencontrent l'opposition combinée des ulémas constatant que leur domaine de compétence était envahi par ces nouvelles et de divers corps de métiers (architectes, scribes et janissaires) menacés par la montée en puissance des nouveaux métiers (ingénieurs et officiers). En s'alliant aux ulémas et aux *tolbas* (élèves des madrasas), les janissaires organisent une révolte populaire et provoquent l'assassinat en 1807 du sultan Selim III et des principaux acteurs de la réforme (ministres, bureaucrates, officiers de la nouvelle armée, professeurs et

⁷⁴ (Séid 1803, 20)

cadets). Séid Moustafa est assassiné et son collègue, Ibrāhīm Edhem, échappe au massacre et s'exile en Égypte.

Transfert des savoirs vers l'Égypte

En affaiblissant le pouvoir central, le coup d'état d'Istanbul offre à Muhammad Ali Pacha, le vice-roi ottoman d'Égypte depuis 1805, l'opportunité de s'émanciper tout en retenant la leçon de l'échec de Selim III. En exterminant tous les chefs militaires autochtones d'Égypte, les mamelouks, il élimine toute opposition interne à ses projets d'autonomie et de réformes. Il peut, dès 1811, recruter des experts turcs et européens chargés de réorganiser complètement l'armée, l'administration et l'économie dans le cadre d'un large secteur étatique industriel, agricole et marchand. Il envoie également une première mission d'étudiants égyptiens en Europe pour y former des ingénieurs et des techniciens, militaires et civils. Dès le retour des premiers diplômés, il crée un collège de type européen pour les futurs cadres civils et militaires du pays et amorce ainsi la mise en place d'institutions éducatives parallèles et indépendantes du système traditionnel dirigé par les ulémas de la Mosquée al-Azhar. L'un des rescapés du massacre d'Istanbul et exilé en Égypte, Ibrāhīm Adhem (1785-1865) est recruté pour encadrer la nouvelle armée égyptienne. Son profil est caractéristique de la phase d'institutionnalisation du transfert des savoirs européens.

Connu également sous le nom égyptien d'Ibrāhīm Adham Pacha, il est un officier-ingénieur diplômé de *Mühendishāne* d'Istanbul, où il a également enseigné les mathématiques. Sa connaissance de la langue française lui permet de produire une seconde traduction en langue turque des *Tables de logarithmes* de Jean-François Callet. Ce travail terminé en 1806 est resté manuscrit⁷⁵. En Égypte, il est chargé de la direction de l'intendance militaire et en particulier des usines d'armes et de canons de la Citadelle qui atteint son apogée en 1828. Parallèlement, entre 1820 et 1830, il forme en mathématiques des officiers de l'armée égyptienne travaillant dans l'Arsenal. Puis entre 1839 et 1863, il participe à la mise en place du système éducatif égyptien de type moderne, d'abord pour les besoins de l'armée, puis pour un secteur plus large de la population. Après le décès de Muhammad Ali Pacha en 1849, il tente de résister au démantèlement du nouveau système scolaire et, n'y parvenant pas, il retourne en 1863 en Turquie pour y terminer sa vie. Ses antécédents de traducteur de mathématiques françaises l'amènent à :

- réviser et publier, en 1836, à Bulāq la traduction turque du traité de mécanique : « La statique » de Bossut, réalisé à Istanbul avant 1836.
- traduire en turc et publier, en 1836, les *Éléments de géométrie* de Legendre (1752-1834), édition de 1823 à laquelle il ajoute des compléments personnels et des extraits puisés dans la *Géométrie* de Lacroix (1819). Cet ouvrage est ensuite traduit en arabe par son élève Muhammad 'Ismat et plusieurs éditions en seront publiées.
- écrire une épître sur les axiomes de la géométrie, publiée à Bulāq en 1836.

Ibrāhīm Adham Pacha est un produit et un acteur de la circulation mathématique institutionnalisée⁷⁶. Il en maîtrise les codes, s'approprie une part importante des savoirs européens, les reproduit en les traduisant en langue vernaculaire, et participe à la mise en places de nouvelles

⁷⁵ (Ihsanoglu & als. 1999, vol. 1, 338)

⁷⁶ C'est-à-dire « la circulation de questions, de problèmes, de méthodes, d'explications, d'enseignements, de pratiques, de points de vue, de théorèmes mathématiques ou de métadiscours » (Nabonnand & als 2015, 7).

structures qui facilitent la réception des nouveaux savoirs (écoles nouvelles, imprimerie et bureaux de traduction des manuels). Une nouvelle phase de la circulation mathématique est atteinte lorsqu'on assiste « à l'insertion dans la société égyptienne de nouveaux savoirs et de nouvelles pratiques, dont les quelques travaux de recherches entrepris, la fondation d'écoles supérieures, ou les institutionnalisations des professions d'ingénieurs ou de médecins, portent suffisamment témoignage. »

Conclusion

Les élites traditionnelles religieuses (Ulémas et étudiants) et militaires (Janissaires et Mamelouks) perçoivent la présence européenne (experts et écoles militaires, imprimeries, modes diverses, savoirs nouveaux) comme un moyen insidieux et efficace de pénétration et de conquête, susceptible de détruire leur prestige, de leur ôter privilèges et fonctions au bénéfice d'une nouvelle classe européanisée. La résistance à cette pénétration est violente, elle entraîne des révoltes sanguinaires, reporte le processus de modernisation et le ralentit.

La circulation mathématique permet de suivre le processus de transfert des savoirs, des techniques et des méthodes européennes dans l'Empire ottoman. La science traditionnelle des pays d'Islam ne disparaît pas au XVIII^e siècle, les ulémas tentent d'abord de la rénover pour répondre aux besoins de l'armée, de la marine et des demandes civiles. La publication de traités de géométrie pratique en témoigne. Cependant, les guerres perdues incitent les gouvernants à chercher à acquérir les savoirs techniques des Européens par l'intermédiaire d'ambassades vers l'Europe, de recrutements d'experts étrangers – à condition qu'ils acceptent de se convertir à l'Islam – et l'encouragement des élites scientifiques à apprendre les langues étrangères. Les tentatives d'intégration de la science européenne restent cantonnées dans les cercles de spécialistes et les cabinets proches des états-majors et des ministères. Les changements s'accroissent vers la fin du siècle car les besoins augmentent, la nécessité de former des cadres se précise et entraîne la création d'écoles d'ingénieurs militaires. Ce sont, d'abord, des lieux hybrides similaires aux *madrasas* traditionnelles, mais dans lesquels ulémas et professeurs étrangers se côtoient et les savoirs se superposent. L'institutionnalisation d'un nouveau savoir importé est assumée par les décideurs : place est laissée aux enseignants et aux productions de cours traduits simultanément, puis directement enseignés par des ingénieurs-enseignants diplômés des premières écoles. Les travaux de ʿUthman al-muhtadī et la personnalité d'Ismail Gelenbevi illustrent la première phase, alors que les personnages de Séid Mustafa et d'Ibrāhīm Adham personnifient la seconde.

Le drame de 1806-1807, avec l'assassinat du sultan réformateur Selim III, marque la fin brutale de la tentative de réforme des institutions militaires ottomanes et en accélère la décrépitude. Cette expérience malheureuse reste dans la mémoire des successeurs qui pour réussir toute réforme ont dû exterminer les chefs des Janissaires et des Mamelouks et mettre au pas leurs alliés ulémas. En Égypte sous la férule du Vice-roi Muhammad Ali Pacha à partir de 1809, puis en Turquie même en 1834 (la réforme des *Tanzimāt*) sont créées des écoles militaires sur le modèle européen où on enseigne les mathématiques modernes dans des lieux confortables et avec des outils adéquats. Que ce soit à Istanbul ou au Caire, des mathématiques élémentaires et des sciences militaires sont d'abord enseignées en langue française ou italienne. Mais, les enseignants sont encouragés à traduire leurs cours en langues turque et arabe.

La circulation mathématique apparaît comme préalable à tout accomplissement du transfert des savoirs, méthodes et techniques européennes, mais leur appropriation par les communautés réceptrices nécessite d'autres études et analyses.

REFERENCES

- Abdeljaouad, M. (2012). Teaching European mathematics in the Ottoman Empire during the eighteenth and nineteenth centuries: Between admiration and rejection. *ZDM Mathematics Education*, 44, 483-498.
- Ageron P., Abdeljaouad, M., & Shahidī, M. (2016). Émergence d'un savoir mathématique euro-islamique : L'Offrande du converti pour ranimer la flamme éteinte. *Philosophia Scientiae*, 20(2).
- Berkes, N. (1998). *The development of secularism in Turkey*. London: C. Hurst.
- Crozet, P. (2008). *Les sciences modernes en Égypte. Transfert et appropriation, 1805–1902*. Paris: Geuthner.
- Hitzel, F. (1995). Les Écoles de mathématiques turques et l'aide française. In D. Panzac (Ed.), *Histoire économique et sociale de l'Empire Ottoman et de la Turquie* (pp. 813–824). Louvain: Peeters.
- Ihsanoglu, E. (1992). *Transfer of modern sciences and technology to the Muslim World*. Istanbul: IRCICA.
- Ihsanoglu, E., Şeşen, R., & Izgi, C. (1999). *Osmanli Matematik Literatürü Tarih*. Istanbul: IRCICA.
- Ihsanoglu, E. (2004). *Science, technology and learning in the Ottoman Empire: Western influence, local institutions and the transformation of knowledge*. Michigan, Burlington: Ashgate.
- Martykánová, D. (2010). *Reconstructing Ottoman Engineers. Archeology of a profession (1789-1914)*. Pisa : Plus-Pisa University Press.
- Moreau, O. (2009). *Réformes de l'État et réformismes au Maghreb au 19^e siècle*. Tunis: IRMC.
- Moyon, M. (2016). *La géométrie de la mesure dans les traductions arabo-latines médiévales*. Turnhout : Brepols
- Nabonnand, P., Peiffer, J., & Gispert, H. (2015). Circulation et échanges mathématiques (18^e – 20^e siècles). *Philosophia Scientiae*, 19(2), 7-16.
- Séid, M. (1803). *Diatribes de l'ingénieur*. Istanbul: Scutari Imperial Printing house.
- Umut, H. (2011). *Ismail Gelenbevi at the Engineering School: The Ottoman Experience of European Science Through Logarithms*. Master of Arts in History thesis. Istanbul Bilgi University.
- Vlahakis, G. (2006). *Imperialism and Science. Social impact and Interaction*. New-York: ABC-Clio.